2 Utiliser le calcul littéral

FICHE 8 Bien démarrer

▸ **Priorités opératoires**
- Pour calculer une expression avec **des parenthèses**, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
- Pour calculer une expression **sans parenthèses**, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et divisions, enfin les additions et soustractions.

▸ **Développer**, c'est transformer un produit en somme algébrique.
- k, a et b désignent des nombres réels.
$$k(a+b) = ka + kb$$
- a, b, c, d désignent des nombres réels.
$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

▸ **Factoriser**, c'est transformer une somme algébrique en produit.
- k, a et b désignent des nombres réels.
$$ka + kb = k(a+b) \text{ } (k \text{ est le facteur commun})$$
- a et b désignent des nombres réels.
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

1 Gérer un calcul

Calculer.

a. $7 - 3 \times 2 =$ .....

b. $4 + (7 - 2) \times 3 =$ .....

c. $5 \times 2^2 - 7 =$ .....

d. $-4 \times (8 - 5)^2 =$ .....

2 Calculer la valeur d'une expression

Calculer $A = 2x^2 + 7x + 7$ pour $x = -3$.

3 Développer et réduire

Développer et réduire chaque expression.

a. $2(x + 5) =$ .....

b. $3x(2x - 5) =$ .....

c. $5x - (3x - 5) =$ .....

d. $3x + 2x(4x - 3) =$ .....

e. $x - 4(x - 2) =$ .....

4 Utiliser la double distributivité

Développer et réduire chaque expression.

$A = (2x + 3)(x + 6)$ $\quad$ $B = (4x - 5)(3x - 1)$

$C = (2 - x)(5 + x)$ $\quad$ $D = (3x + 1)(2x - 3)$

5 Reconnaître des expressions égales

Deux de ces expressions sont égales quelle que soit la valeur de x. Lesquelles ?

$A = 2x(12x - 7) + 2$ $\quad$ $B = (4x + 3)(6x + 5)$

$C = x + 3x(8x - 5)$ $\quad$ $D = (4x - 1)(6x - 2)$

6 Factoriser

Factoriser chaque expression.

- $E = 5x^2 - 4x =$ .....
- $F = y - 6y^2 =$ .....
- $G = x^2 - 9 =$ .....
- $H = 25 - 16y^2 =$ .....

7 Écrire une expression

Juliette affirme que ce programme revient à multiplier par 5 le nombre choisi.
Juliette a-t-elle raison ?

- Choisir un nombre.
- Ajouter 7.
- Multiplier par 5.
- Soustraire 35.

FICHE 9 Puissances entières relatives

▸ a désigne un nombre réel et n un nombre entier naturel.

- Pour $n \geqslant 2$, $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$
- Si $a \neq 0$, $a^0 = 1$.
- $a^1 = a$
- Si $a \neq 0$, $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

▸ a, b désignent des nombres réels, m et n des nombres entiers relatifs.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (avec $a \neq 0$)
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ (avec $b \neq 0$)

Deux calculs

- Calculer $A = \dfrac{5}{2} - \dfrac{4}{3}$.

.....

- Réduire $B = 1{,}5x - (4x - 7)$.

.....

★

1 Calculer mentalement et compléter.

- $3^4 =$ ..... • $(-4)^3 =$ ..... • $0{,}2^3 =$ .....

2 Expliquer pourquoi $(\sqrt{2})^3$ peut s'écrire $2\sqrt{2}$.

.....

3 Écrire sans exposant sous forme fractionnaire.

$A = 5^{-2} = \dfrac{1}{\ldots\ldots} =$ ..... $B = 2^{-4} =$ .....

4 Compléter.

a. $2^7 \times 2^3 = 2^{\ldots\ldots}$ **b.** $8^{-7} \times 8^5 = 8^{\ldots\ldots}$

c. $\dfrac{7^9}{7^4} = 7^{\ldots\ldots}$ **d.** $\dfrac{3^{-2}}{3^6} = 3^{\ldots\ldots}$

e. $(4^3)^5 = 4^{\ldots\ldots}$ **f.** $(0{,}7^{-3})^2 = 0{,}7^{\ldots\ldots}$

5 Exprimer à l'aide d'une seule puissance de 3.

a. Le triple de $3^{2\,019}$. **b.** Le tiers de $3^{2\,019}$.

c. Le carré de $3^{2\,019}$.

6 Calculer en utilisant l'égalité $a^n \times b^n = (a \times b)^n$.

a. $4^3 \times 25^3 =$ .....

b. $1{,}25^4 \times 8^4 =$ .....

c. $8 \times 5^3 =$ .....

7

8 bits

2^8 couleurs

24 bits

2^{24} couleurs

L'affirmation de Tom est-elle exacte ?

★★

8 **a.** Compléter :

$18^{12} = (2 \times \ldots)^{12} = 2^{12} \times \ldots^{12} = 2^{12} \times (\ldots^2)^{12} = 2^{12} \times 3^{\ldots}$

b. Écrire alors $\dfrac{2^{12} \times 5^6}{18^{12}}$ sous la forme d'un produit d'une puissance de 5 et d'une puissance de 3.

.....

9 **Algo** Cet algorithme permet de déterminer la plus petite puissance d'un nombre a supérieure ou égale à un nombre donné L. Compléter ce tableau de suivi des variables lorsqu'on saisit en entrée $a = 2$ et $L = 100$.

```
Saisir a, L
n ← 0
b ← 1
Tant que b < L
    n ← n + 1
    b ← b * a
Fin Tant que
Afficher n, b
```

Qu'affiche cet algorithme ?

$b < L$		V	..	..	..	..	..	..	..
n	0	1	..	..	..	..	..	..	...
b	1	2	..	..	.....	.....	.....	.....	...

.....

.....

FICHE 10 Racines carrées et opérations

▸ a désigne un nombre réel positif. La **racine carrée** de a, notée $\sqrt{a}$, est le nombre positif dont le carré est a. Ainsi, pour tout nombre réel $a \geqslant 0$: $(\sqrt{a})^2 = a$.

▸ Pour tout nombre réel a : $\sqrt{a^2} = |a|$.

▸ a et b désignent deux nombres réels positifs.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \text{ et } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ (avec } b \neq 0).$$

Attention : • $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$ et $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$. Donc $\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$.

• $\sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$ et $\sqrt{100} - \sqrt{64} = 10 - 8 = 2$. Donc $\sqrt{100-64} \neq \sqrt{100} - \sqrt{64}$.

Deux calculs

• Calculer $A = (-2)^3 + 10 \times 0{,}7^2$.

.....

• Quel est le nombre réel x tel que $\frac{1}{4}x + 3 = 10$?

.....

★

1 Donner l'écriture décimale.

• $\sqrt{49} =$ ..... • $\sqrt{0{,}25} =$ ..... • $\sqrt{\frac{9}{4}} =$ .....

• $\sqrt{8{,}3^2} =$ ..... • $\sqrt{(-7{,}4)^2} =$ ..... • $\sqrt{900} =$ .....

2 Compléter.

• $\sqrt{10^{18}} =$ ..... • $\sqrt{10^{-24}} =$ ..... • $\sqrt{\frac{16}{49}} =$ .....

3 Compléter avec des nombres entiers.

a. $(\sqrt{7})^2 =$ ..... **b.** $\sqrt{15^2} =$ .....

c. $(2\sqrt{8})^2 =$ ..... **d.** $\sqrt{6} \times 4\sqrt{6} =$ .....

e. $3\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} =$ ..... **f.** $(10\sqrt{3})^2 =$ .....

4 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b nombres entiers positifs.

a. $\sqrt{700} = \sqrt{\ldots \times 7} = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{\ldots} =$ .....

b. $\sqrt{810} = \sqrt{\ldots \times \ldots} = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{\ldots} =$ .....

c. $\sqrt{18} =$ .....

d. $\sqrt{32} =$ .....

5 Écrire sous la forme $\sqrt{a}$ avec a nombre entier positif.

a. $6\sqrt{2} = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{2} = \sqrt{\ldots \times \ldots} =$ .....

b. $2\sqrt{7} = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{7} = \sqrt{\ldots \times \ldots} =$ .....

c. $3\sqrt{5} = \ldots \times \ldots =$ .....

d. $6\sqrt{3} =$ .....

6 **a.** Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$ avec a nombre entier.

• $\sqrt{12} = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{3} =$ .....

• $\sqrt{75} = \sqrt{\ldots} \times \sqrt{3} =$ .....

b. En déduire l'expression réduite de $A = 8\sqrt{12} - 4\sqrt{75}$.

★★

7 Écrire sans racine carrée au dénominateur.

a. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}} =$ .....

b. $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \times \ldots}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} =$ ....

c. $\frac{10}{\sqrt{5}} =$ ....

8 Écrire $B = 7\sqrt{45} - 6\sqrt{20} + \sqrt{5}$ sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a nombre entier.

9 Retrouver les nombres égaux.

$A = \sqrt{27}$ $B = \frac{\sqrt{300}}{5}$ $C = \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}$ $D = \sqrt{2} \times \sqrt{6}$

FICHE 11 Identités remarquables et expressions algébriques

Identités remarquables

Développement	Développement	Développement
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
Factorisation	Factorisation	Factorisation

Calcul sur des expressions fractionnaires

x désigne un nombre réel avec $x \neq 0$ et $x \neq -1$.

$A = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x+1} = \dfrac{x+1}{x(x+1)} - \dfrac{x}{x(x+1)}$ ← On réduit les deux quotients au même dénominateur.

$A = \dfrac{x+1-x}{x(x+1)} = \dfrac{1}{x(x+1)}$ ← On utilise $\dfrac{a}{b} - \dfrac{c}{b} = \dfrac{a-c}{b}$ puis on réduit le numérateur.

Deux calculs

- f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 7$. Calculer l'image de $\sqrt{3}$ par f.

.....

- On sait que $\dfrac{4}{AB} = 5$. Calculer la longueur AB.

.....

★

1 Compléter ces développements.

- $(x+5)^2 = ..^2 + 2 \times .. \times .. + ..^2 = ...$
- $(x-7)^2 = ..^2 - 2 \times .. \times .. + ..^2 = ...$
- $(3x+4)^2 = (....)^2 + 2 \times .... \times .. + ..^2 = ...$
- $(8x-1)^2 = (....)^2 - 2 \times .... \times .. + ..^2 = ...$

2 Compléter ces développements.

a. $(x - ..)(x + ..) = ... - 64$

b. $(y - ..)^2 = ..^2 - 12y + ...$

c. $(.... + ..)^2 = 25x^2 + ... + 49$

3 Compléter ce tableau

Forme développée	Forme factorisée
$36x^2 - 12x + 1$	.....
$16y^2 - 49$	.....
$64 + 48a + 9a^2$	.....

4 Développer et réduire.

$A = (4x-1)^2 - x^2$

.....

.....

$B = 2(x+7)^2$

.....

.....

5 Compléter cette factorisation.

$A = (5x-1)(x-3) - (5x-1)(3x-4)$.

$A = (5x-1)[(.....) - (.....)]$

.....

.....

★★

6 Factoriser à l'aide d'un facteur commun.

$B = (x+5)^2 - (3x-2)(x+5)$

$C = 5x(3x+1) - (3x+1)^2$

7 Factoriser $A = 4x^2 - (x-2)^2$.

8 x désigne un nombre réel avec $x \neq 5$ et $x \neq -8$.

Écrire $D = \dfrac{4}{x-5} - \dfrac{2x}{x+8}$ à l'aide d'une seule écriture fractionnaire.